**Mérési jegyzőkönyv**

**01. Nehézségi gyorsulás mérése megfordítható ingával**

A mérést végezte és a jegyzőkönyvet készítette:

Radics Máté (RAMRAAT.ELTE), Fizika BSc II. évfolyam

A leadás ideje: 2010. október 18. (kedd)

**1. A mérés célja**

A mérés célja a gravitációs gyorsulás budapesti értékének meghatározása volt

Mérési feladatok:

1. 10 lengés idejének mérése a tolósúly helyzetének függvényében, mindkét ékre vonatkozólag; a *T1(x)* és a *T2(x)* görbék felrajzolása, és a metszéspontok hibájának meghatározása
2. A triviálistól különböző metszéspontok körül $\pm 2-3 cm$-es környezetben szintén 10 teljes lengés idejének mérése, az így kapott adatok ábrázolása. Egyenesillesztés, az egyenesek adatainak alapján a metszéspont meghatározása
3. A kapott mérési eredmények alapján a nehézségi gyorsulás ($g$) értékének, és az érték hibájának megadása
4. A korrekciók alapján a szisztematikus hibák nagyságának becslése, szükség esetén a mért értékek módosítása
5. A súlypont megadása $T\_{1}\left(x\right)=T\_{2}(x)$ tolósúlyhelyzet esetén, a hiba megadása, valamint annak igazolása, hogy *T1*és *T2* a nem triviális megoldáshoz tartozó érték
6. A súlypont mérése több tolósúlyhelyzetnél, az $s(x) $görbe megadása, annak becslése, hogy mely x értéknél lenne triviális megoldás

**2. A mérőeszközök:**

* Megfordítható inga (éktávolság: 1001,1±0,2 mm)
* Időmérő
* Súlypontmérő ék

**3. A mérés elve:**

A megfordítható inga két, egymással párhuzamos ékjének (E1 és E2) távolsága le. Az inga súlypontja a két ék között, az azokat összekötő egyenes mentén helyezkedik el. A súlypont helyzete és az inga tehetetlenségi nyomatéka a két ék között elhelyezkedő tolósúllyal (m) változtatható. A mérés során a tolósúly helyzetét lépésről-lépésre változtathatjuk, és mérjük a mindkét ék körüli lengésidőket (T1 és T2) a tolósúly helyzetének (x) függvényében. Kapunk tehát két görbét, T1(x)-et, és T2(x)-et. A két görbe több x pontban metszi egymást. A metszésponthoz tartozó T időből, az ékek le távolságának ismeretében a nehézségi gyorsulás kiszámolható a $g=\frac{4π^{2}l\_{e}}{T^{2}}$ képlet segítségével.

**4. A mért adatok**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Tolósúly helyzete ([**$x]=cm$**)** | $$10∙T\_{1}(x)$$ | $$10∙T\_{2}(x)$$ |
| -40 | 20,581 | 20,447 |
| 20,582 | 20,443 |
| 20,583 | 20,444 |
| 20,578 | 20,445 |
| 20,581 | 20,446 |
| -35 | 20,437 | 20,337 |
| -30 | 20,300 | 20,240 |
| -25 | 20,180 | 20,151 |
| -20 | 20,075 | 20,073 |
| -15 | 19,988 | 20,009 |
| -10 | 19,917 | 19,959 |
| -5 | 19,864 | 19,922 |
| 0 | 19,829 | 19,899 |
| 5 | 19,818 | 19,892 |
| 10 | 19,833 | 19,901 |
| 15 | 19,864 | 19,927 |
| 20 | 19,923 | 19,972 |
| 25 | 20,019 | 20,033 |
| 30 | 20,132 | 20,116 |
| 35 | 20,283 | 20,216 |
| 40 | 20,462 | 20,340 |

Az így kapott értékeket GNUplottal ábrázoltam:



A későbbi hibaszámításhoz reprodukciós méréssorozatot készítettem a tolósúly $x=-40 cm$-es helyzeténél (ld. a fenti táblázatot). Az empirikus szórás mindkét éknél kb. 0,0002 s-nak adódott, így a reprodukcióból kiszámolt hibatag: $ΔT=0,0002 s$

Az ábráról leolvasható, hogy a két metszéspont kb. a tolósúly -20 és 27 cm-es helyzete környékén van, így ezen helyek ±3 cm-es környezetében 1 cm-enként haladva ismét megmértem a periódusidőt, majd az így kapott adatokra GNUplottal egyenest illesztettem.

Megjegyzés: az egyenesek körüli „konfidencia intervallum” megadásának módját ld. az 5.1 pontban.

**4.2. „Bal oldali” metszéspont**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Tolósúly helyzete (**$[x]=cm$**)** | $$T\_{1}(x)$$ | $$T\_{2}(x)$$ |
| -23 | 2,0135 | 2,0114 |
| -22 | 2,0114 | 2,0099 |
| -21 | 2,0094 | 2,0085 |
| -20 | 2,0076 | 2,0073 |
| -19 | 2,0052 | 2,0057 |
| -18 | 2,0034 | 2,0046 |
| -17 | 2,0016 | 2,0031 |



Az illesztett egyenesek adatai:

* Bal oldali metszéspont, első ék: $T\_{11}\left(x\right)=-0,00199643∙x+1,96751$
* Bal oldali metszéspont, második ék: $T\_{21}\left(x\right)=-0,00136786∙x+1,97986$

Ebből a metszéspont: $x\_{m\_{1}}=-1,9648$, idő a metszéspontban: $T\left(x\_{m\_{1}}\right)=2,0067$.

**4.3. „Jobb oldali” metszéspont**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Tolósúly helyzete (**$[x]=cm$**)** | $$T\_{1}(x)$$ | $$T\_{2}(x)$$ |
| 24 | 1,9991 | 2,0017 |
| 25 | 2,0016 | 2,0029 |
| 26 | 2,0037 | 2,0049 |
| 27 | 2,0054 | 2,0060 |
| 28 | 2,0072 | 2,0078 |
| 29 | 2,0100 | 2,0094 |
| 30 | 2,0132 | 2,0114 |



Az illesztett egyenesek adatai:

* Jobb oldali metszéspont, első ék: $T\_{12}\left(x\right)=0,00223571∙x+1,94538$
* Jobb oldali metszéspont, második ék: $T\_{22}\left(x\right)=0,00160714∙x+1,96291$

Ebből a metszéspont: $x\_{m\_{2}}=27,8889 cm$; $T\left(x\_{m\_{2}}\right)=2,0077 s$

A két metszéspontban számított idő átlaga: $T=\frac{T\_{1}+T\_{2}}{2}=2,0072 s$. Így a nehézségi gyorsulás értéke (egyelőre korrekciók és hibatagok nélkül): $g=\frac{4π^{2}l\_{e}}{T^{2}}=9,8094 m/s^{2}.$

**5. Hibaszámítás**

Mindenekelőtt az éktávolságok hibája: $l\_{e}=1001,1\pm 0,2 mm$.

**5.1. Az időméréssel kapcsolatos hibák**

|  |
| --- |
| **Bal oldali metszéspont** |
| **Tolósúly helyzete** $([x]=cm$**)** | $$|ΔT\_{1}(x)| (s)$$ | $$|Δ T\_{2}(x)| (s)$$ |
| -23 | 0,00007 | 0,00008 |
| -22 | 0,00003 | 0,00005 |
| -21 | 0,00004 | 0,00009 |
| -20 | 0,00016 | 0,00008 |
| -19 | 0,00024 | 0,00015 |
| -18 | 0,00005 | 0,00012 |
| -17 | 0,00015 | 0,00001 |

|  |
| --- |
| **Jobb oldali metszéspont** |
| **Tolósúly helyzete (**$[x]=cm$**)** | $$|ΔT\_{1}(x)| (s)$$ | $$|Δ T\_{2}(x)| (s)$$ |
| 24 | 0,00006 | 0,00022 |
| 25 | 0,00033 | 0,00019 |
| 26 | 0,00019 | 0,00020 |
| 27 | 0,00034 | 0,00030 |
| 28 | 0,00078 | 0,00011 |
| 29 | 0,00022 | 0,00012 |
| 30 | 0,00075 | 0,00028 |

Az illesztett egyenesektől való abszolút eltéréseket átlagoltam: $\overbar{∆T}\left(x\right)≈0,0002 s$, ennek alapján rajzoltam be a konfidencia intervallumot a fentebb látható grafikonokon. Megjegyzem, hogy ez az érték megegyezik a reprodukciós méréssorozatból kiszámított $∆T$ értékkel, mely szintén 0,0002 s. Azonban a két metszéspontnál számított idők eltérése az átlaguktól ennél nagyobb: 0,0005 s, így a mérési leírás alapján ezt kell figyelembe venni. Így a korrigált kritikus periódusidő: $T=2,0072\pm 0,0005 s$. Az éktávolságok hibáját is figyelembe véve: $\frac{∆g}{g}=\frac{∆l\_{e}}{l\_{e}}+2\frac{∆T}{T}=0,0002+0,0010=0,0012$, ebből $∆g=\pm 0,01 \frac{m}{s^{2}}$ . Így

 $g=9,81\pm 0,01 m/s^{2}$

**5.2. Korrekciók**

**5.2.1. Hidrodinamikai és hidrosztatikai korrekció**

A mérési leírásban szereplő képlet alapján: $∆T\_{korr}=0,8∙\frac{ρ\_{lev}}{ρ\_{inga}}∙T$, ahol $ρ\_{lev}=1,259 kg/m^{3}$, és

 $ρ\_{inga}=8500 kg/m^{3}$. $∆T\_{korr}=0,0002 s$. Ez az érték összemérhető a mért időadatok pontosságával, így le kell vonni a kritikus időből. Ezzel $T=2,0070\pm 0,0005 s$-ra változik, de ez *g* hibájában csak egy 10-3 nagyságrendű hibát okozna, így elhagyható.

**5.2.1. A közelítésből eredő hiba**

Az alátámasztási pont (saját magasságomat használva viszonyítási alapnak) kb. 2 m, a fénykapu pedig kb. 40 cm magasan helyezkedett el; az átlagos kitérés kb. félarasznyi (esetemben 5-6 cm) volt. Ebből a kitérés szöge: $arc tg\left(\frac{5,5}{160}\right)≈2°$. A mérési leírásban szereplő táblázat alapján ez egy 0,0076%-os relatív hibafaktort ad. $\frac{∆g\_{köz}}{g}=0,00007$6, ebből $∆g\_{köz}=\pm 0,0007m/s^{2}$, ami két nagyságrenddel kisebb, mint az idő hibájából adódó (már korábban tárgyalt) járulék, így ez is elhagyható. Ezzel ***g* végleges értéke:**

$$g=9,81\pm 0,01 m/s^{2}$$

**6. A triviális súlyponthoz tartozó tolósúlyhelyzet kiszámítása**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A tolósúly helyzete (cm) | 40 | 35 | 30 | -5 | -10 | -15 | -20 | -25 | -30 | -35 | -40 |
| A súlypont helyzete (cm) | 15,3 | 14,4 | 13,5 | 7,0 | 6,1 | 5,1 | 4,2 | 3,2 | 2,4 | 1,4 | 0,5 |

A súlypont helyének leolvasási hibája: $Δx=0,05 cm.$

A fenti adatokra GNUplot segítségével egyenest illesztettem:



Az illesztett egyenes egyenlete: $f\left(x\right)=a∙x+b=0.1855∙x+7.91; Δa=0,0004; Δb=0,01.$

A tengelymetszetet, és így a triviális súlyponthoz tartozó tolósúlyhelyzetet a következőféleképpen kaphatjuk meg:

$$0,1855∙x+7,91=0$$

Ebből $x=-42,6492 cm$, hibája: $\frac{Δx}{x}=\frac{Δa}{a}+\frac{Δb}{b}=\frac{0,0004}{0,1855}+\frac{0,01}{7,91}≈0,003⇒Δx≈0,1.$

Így a triviális súlyponthoz tartozó tolósúlyhelyzet: $x=-42,6\pm 0,1 \left(cm\right).$